

فرمول عمومی برای تعیین جمله ها در دنباله هایی با ویژگی، « قدر نسبت در سومین تفاضل »

در این مقاله فرمولی برای تعیین مقدار جمله ها در دنباله هایی با ویژگی « قدر نسبت در سومین تفاضل » معرفی می شود.

نمونه ای از دنباله با ویژگی « قدر نسبت در سومین تفاضل » بشکل زیر می باشد.

0	12	10	-1	-16	-30	-38	-35	-16	24
12	-2	-11	-15	-14	-8	3	19	40	
	-14	-9	-4	1	6	11	16	21	
$a_{(3_1)}$	5	5	5	5	5	5	5	5	d

بطور معمول حل مسایل مربوط به دنباله ها با ویژگی « قدر نسبت در n امین تفاضل » با استفاده از محاسبات ماتریسی و نیز روش کرامری « حل دستگاه معادلات n معادله n مجهول » انجام می گیرد.

روش ارایه شده در مقاله حاضر، بر این اساس می باشد؛ که دنباله هایی با ویژگی « قدر نسبت در سومین تفاضل » را می توان به سه گروه مجزا و مرتبط $\{a, b, c\}$ تقسیم نمود؛ که نمونه گروه بندی شده از دنباله بالا بصورت زیر می باشد.

a_1	b_1	c_1	a_2	b_2	c_2	a_3	b_3	c_3	a_4
0	12	10	-1	-16	-30	-38	-35	-16	24
12	-2	-11	-15	-14	-8	3	19	40	
	-14	-9	-4	1	6	11	16	21	
		5	5	5	5	5	5	5	

برای تعیین مقدار هر یک از جمله ها در گروه $\{a\}$ از دنباله، با ویژگی « قدر نسبت در سومین تفاضل » از فرمول زیر استفاده می نماییم .

$$(36m^3 - 288m^2 + 770m - 688)d + (9m^2 - 51m + 72)X_a + (9m^2 - 45m + 56)Y_a + (3m - 7)Z_a + (3m - 8)T_a + a_1 = a_n$$

و برای تعیین مقادیر مجهول در فرمول فوق از تساوی های زیر بهره می جویم . و با جایگذاری مقادیر مجهول مطابق تساوی های زیر در فرمول بالا، مقدار جمله های مطلوب در گروه $\{a\}$ محاسبه میگردد.

$$\frac{n+4}{2} = m$$

$$a_{(3_1)} + \frac{d}{2} = X_a$$

$$a_{(3_1)} - \frac{d}{2} = Y_a$$

$$b_1 - a_1 = Z_a$$

$$c_1 - b_1 = T_a$$

n = the number of terms, in sequenc $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ }

a_n = the values of the terms in sequenc $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ }

برای مثال : سومین جمله از گروه $\{a\}$ واقع در دنباله فوق بصورت $\{a_n = a_3\}$ بوده و مقدار آن پس از جایگذاری مجهولات در فرمول کلی ، از رابطه زیر بدست می آید.

$$(36 \times 3.5^3 - 288 \times 3.5^2 + 770 \times 3.5 - 688)5 + (9 \times 3.5^2 - 51 \times 3.5 + 72) \cdot -11.5 + (9 \times 3.5^2 - 45 \times 3.5 + 56) \cdot -16.5 + (3 \times 3.5 - 7)12 + (3 \times 3.5 - 8) \cdot -2 + 0 = -38$$

برای مثال دیگر : چهارمین جمله از گروه $\{a\}$ واقع در دنباله فوق بصورت $\{a_n = a_4\}$ بوده و مقدار آن پس از جایگذاری مجهولات در فرمول کلی ، از رابطه زیر بدست می آید.

$$(36 \times 4^3 - 288 \times 4^2 + 770 \times 4 - 688)5 + (9 \times 4^2 - 51 \times 4 + 72) \cdot -11.5 + (9 \times 4^2 - 45 \times 4 + 56) \cdot -16.5 + (3 \times 4 - 7)12 + (3 \times 4 - 8) \cdot -2 + 0 = 24$$

**** لازم بذکر اینست که مقدار $a_{(31)}$ در فرمول ها، اولین جمله از سومین تفاضل (دنباله ماقبل قدر نسبت) که در دنباله و تصاعد مثال بالا عدد (-14) است ، می باشد؛ و در تصاعد مثالی بالا با رنگ زرد نشان داده شده است.**

مورد دیگر اینکه، می توان مقدار قدر نسبت را از فرمول $a_2 - 3 \cdot c_1 + 3 \cdot b_1 - a_1 = d$ محاسبه نمود. که در مورد دنباله مثال بالا بصورت $-1 - 3 \cdot 10 + 3 \cdot 12 - 0 = 5$ محاسبه می گردد.

a_1	b_1	c_1	a_2	b_2	c_2	a_3	b_3	c_3	a_4
0	12	10	-1	-16	-30	-38	-35	-16	24
	12	-2	-11	-15	-14	-8	3	19	40
	-14	-9	-4	1	6	11	16	21	
		5	5	5	5	5	5	5	

برای تعیین مقدار هر یک از جمله ها در گروه $\{b\}$ از دنباله، با ویژگی « قدر نسبت در سومین تفاضل » از فرمول زیر استفاده می نمایم .

$$(36m^3 - 288m^2 + 770m - 688)d + (9m^2 - 51m + 72)X_b + (9m^2 - 45m + 56)Y_b + (3m - 7)Z_b + (3m - 8)T_b + b_1 = b_n$$

و برای تعیین مقادیر مجهول در فرمول فوق از تساوی های زیر بهره می جویم . و با جایگذاری مقادیر مجهول مطابق تساوی های زیر در فرمول بالا، مقدار جمله های مطلوب در گروه $\{b\}$ محاسبه میگردد.

$$\text{common difference} = d \quad \frac{n+4}{2} = m \quad a_{(31)} + \frac{3d}{2} = X_b \quad a_{(31)} + \frac{d}{2} = Y_b \quad c_1 - b_1 = Z_b \quad a_2 - c_1 = T_b$$

$n = \text{the number of terms, in sequenc } b_1, b_2, b_3, \dots, b_n \}$

$b_n = \text{the values of the terms in sequenc } b_1, b_2, b_3, \dots, b_n \}$

برای مثال : سومین جمله از گروه $\{b\}$ واقع در دنباله فوق بصورت $\{b_n = b_3\}$ بوده و مقدار آن پس از جایگذاری مجهولات در فرمول کلی ، از رابطه زیر بدست می آید.

$$(36 \times 3.5^3 - 288 \times 3.5^2 + 770 \times 3.5 - 688)5 + (9 \times 3.5^2 - 51 \times 3.5 + 72) \cdot -6.5 + (9 \times 3.5^2 - 45 \times 3.5 + 56) \cdot -11.5 + (3 \times 3.5 - 7) \cdot -2 + (3 \times 3.5 - 8) \cdot -11 + 12 = -35$$

a_1	b_1	c_1	a_2	b_2	c_2	a_3	b_3	c_3	a_4
0	12	10	-1	-16	-30	-38	-35	-16	24
	12	-2	-11	-15	-14	-8	3	19	40
	-14	-9	-4	1	6	11	16	21	
		5	5	5	5	5	5	5	

برای تعیین مقدار هر یک از جمله ها در گروه $\{c\}$ از دنباله، با ویژگی « قدر نسبت در سومین تفاضل » از فرمول زیر استفاده می نمایم .

$$(36m^3 - 288m^2 + 770m - 688)d + (9m^2 - 51m + 72)X_c + (9m^2 - 45m + 56)Y_c + (3m - 7)Z_c + (3m - 8)T_c + c_1 = c_n$$

و برای تعیین مقادیر مجهول در فرمول فوق از تساوی های زیر بهره می جویم . و با جایگذاری مقادیر مجهول مطابق تساوی های زیر در فرمول بالا، مقدار جمله های مطلوب در گروه $\{c\}$ محاسبه میگردد.

$$\text{common difference} = d \quad \frac{n+4}{2} = m \quad a_{(3_1)} + \frac{5d}{2} = X_c \quad a_{(3_1)} + \frac{3d}{2} = Y_c \quad a_2 - c_1 = Z_c \quad b_2 - a_2 = T_c$$

$n = \text{the number of terms, in sequenc } \{c_1, c_2, c_3, \dots, c_n\}$ $c_n = \text{the values of the terms in sequenc } \{c_1, c_2, c_3, \dots, c_n\}$

برای مثال : سومین جمله ($n = 3$)، از گروه $\{c\}$ واقع در دنباله فوق بصورت $\{C_n = C_3\}$ بوده و مقدار آن پس از جایگذاری مجهولات در فرمول کلی ، از رابطه زیر بدست می آید.

$$\frac{3+4}{2} = 3.5 \quad n=3 \quad d=5 \quad a_{(3_1)} = -14 \quad -14 + \frac{5 \times 5}{2} = -1.5 \quad -14 + \frac{3 \times 5}{2} = -6.5 \quad -1 - 10 = -11 \quad -16 - (-1) = -15$$

$$(36 \times 3.5^3 - 288 \times 3.5^2 + 770 \times 3.5 - 688)5 + (9 \times 3.5^2 - 51 \times 3.5 + 72) \cdot -1.5 + (9 \times 3.5^2 - 45 \times 3.5 + 56) \cdot -6.5 + (3 \times 3.5 - 7) \cdot -11 + (3 \times 3.5 - 8) \cdot -15 + 10 = -16$$

در خاتمه چند فرمول مرتبط با مقاله حاضر ارایه می گردد .

$$c_1 - 2b_1 + a_1 + \frac{d}{2} = X_a \quad \frac{a_2 - c_1 - b_1 + a_1 - 2d}{2} = Y_a \quad b_1 - a_1 = Z_a \quad c_1 - b_1 = T_a$$

$$a_2 - 2c_1 + b_1 + \frac{d}{2} = X_b \quad \frac{b_2 - a_2 - c_1 + b_1 - 2d}{2} = Y_b \quad c_1 - b_1 = Z_b \quad a_2 - c_1 = T_b$$

$$b_2 - 2a_2 + c_1 + \frac{d}{2} = X_c \quad \frac{c_2 - b_2 - a_2 + c_1 - 2d}{2} = Y_c \quad b_2 - a_2 = T_c \quad a_2 - c_1 = Z_c$$

$$(36 \times 4^3 - 288 \times 4^2 + 770 \times 4 - 688)5 + (9 \times 4^2 - 51 \times 4 + 72) \cdot -11.5 + (9 \times 4^2 - 45 \times 4 + 56) \cdot -16.5 + (3 \times 4 - 7)12 + (3 \times 4 - 8) \cdot -2 + 0 = 24$$

$$(36 \times 3.5^3 - 288 \times 3.5^2 + 770 \times 3.5 - 688)5 + (9 \times 3.5^2 - 51 \times 3.5 + 72) \cdot -6.5 + (9 \times 3.5^2 - 45 \times 3.5 + 56) \cdot -11.5 + (3 \times 3.5 - 7) \cdot -2 + (3 \times 3.5 - 8) \cdot -11 + 12 = -35$$

$$(36 \times 3.5^3 - 288 \times 3.5^2 + 770 \times 3.5 - 688)5 + (9 \times 3.5^2 - 51 \times 3.5 + 72) \cdot -1.5 + (9 \times 3.5^2 - 45 \times 3.5 + 56) \cdot -6.5 + (3 \times 3.5 - 7) \cdot -11 + (3 \times 3.5 - 8) \cdot -15 + 10 = -16$$

و نمونه ای اعشاری از دنباله سومین تفاضل با مثالهای مرتبط ارائه می شود

A1	B1	C1	A2	B2	C2	A3	B3	C3	A4	B4	C4	A5	B5	C5	A6	B6
45.14	29.3	74.44	44.76	119.2	60.54	179.74	76.64	256.38	349.44	109.8	409.24	126.88	386.1	144.24	17.7	730.34
	15.46	15.78	0.32	16.1	0.32	16.42	16.74	0.32	17.06	17.38	0.32	17.7	18.02	18.34	0.32	18.66
		0.32		0.32		0.32		0.32		0.32		0.32		0.32		0.32

$$(36 \times 5^3 - 288 \times 5^2 + 770 \times 5 - 688)0.32 + (9 \times 5^2 - 51 \times 5 + 72)15.62 + (9 \times 5^2 - 45 \times 5 + 56)15.3 + (3 \times 5 - 7)29.3 + (3 \times 5 - 8)44.76 + 45.14 = 2253.54$$

$$(36 \times 5^3 - 288 \times 5^2 + 770 \times 5 - 688)0.32 + (9 \times 5^2 - 51 \times 5 + 72)15.94 + (9 \times 5^2 - 45 \times 5 + 56)15.62 + (3 \times 5 - 7)44.76 + (3 \times 5 - 8)60.54 + 74.44 = 2548.34$$

$$(36 \times 4^3 - 288 \times 4^2 + 770 \times 4 - 688)0.32 + (9 \times 4^2 - 51 \times 4 + 72)16.26 + (9 \times 4^2 - 45 \times 4 + 56)15.94 + (3 \times 4 - 7)60.54 + (3 \times 4 - 8)76.64 + 119.2 = 1270.54$$

$$a_2 - 3c_1 + 3b_1 - a_1 = d \quad 179.74 - 3 \cdot 119.2 + 3 \cdot 74.44 - 45.14 = 0.32$$

نویسنده مقاله : محمدرضا سراجیان اصل

$$15.46 + \frac{0.32}{2} = 15.62$$

$$15.46 - \frac{0.32}{2} = 15.3$$

$$15.46 + \frac{3 \cdot 0.32}{2} = 15.94$$

$$15.46 + \frac{0.32}{2} = 15.62$$

$$15.46 + \frac{5 \cdot 0.32}{2} = 16.26$$

$$15.46 + \frac{3 \cdot 0.32}{2} = 15.94$$

serajiansl@yahoo.com

کلمات کلیدی : دنباله و تصاعد ؛ دنباله سومین تفاضل ؛